Оптимизация транспортной структуры энергетических рынков

Васин А.А., Григорьева О.М.

МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия

РЭК 2016
Москва

Введение

Рынки природного газа, нефти и электроэнергии играют важную роль в экономических системах многих стран. Каждый такой рынок включает свою собственную систему передачи. Потребители и производители расположены в различных узлах, и пропускные способности линий между местными рынками ограничены. Доля затрат на передачу в окончательной стоимости ресурса, как правило, велика, поэтому задача оптимизации транспортной системы представляет большой практический интерес.

Введение

Цена проекта, млрд руб.
Срок окупаемости, лет
696 30
«СЕВЕРНЫЙ ПОТОК-2»
364 25
«СЕВЕРНЫЙ ПОТОК»
467 100***
«САХАЛИН - ХАБАРОВСК - ВЛАДИВОСТОК»
382 30*
«ЯМАЛ - ЕВРОПА»
«ЯМАЛ - ЕВРОПА-2»
318 50
891 100
«СИЛА СИБИРИ-2» (АЛТАЙ)
1000 20**
«ЮЖНЫЙ ПОТОК»
«ТУРЕЦКИЙ ПОТОК»
956 20
«СИЛА СИБИРИ»
1000 50
РОССИЯ
ГЕРМАНИЯ
ЧЕХИЯ
АВСТРИЯ
ПОЛЬША
СЛОВАКИЯ
ВЕНГРИЯ
БЕЛОРУССИЯ
СЕРБИЯ
РУМЫНИЯ
БОЛГАРИЯ
ГРЕЦИЯ
Чёрное море
ТУРЦИЯ
Санкт-Петербург
Грязовец
Москва
Нижневартовск
Богучаны
Томск
Новосибирск
Барнаул
Иркутск
КАЗАХСТАН
МОНГОЛИЯ
КИТАЙ
Сковородино
Благовещенск
Хабаровск
Оха
ЯПОНИЯ
Японское море
Владивосток
КНДР
По оценкам экспертов и компаний.
* проект уже окупился; ** проект заморожен; *** проект работает в убыток
Строящиеся проекты
АРГУМЕНТЫ И ФАКТЫ AIF.RU
/aif.ru
/aif_ru
/aifonline
/aifru

Введение

В данной работе мы рассматриваем проблему оптимизации общественного благосостояния с учетом производственых затрат, полезности потребления и затрат на увеличение пропускных способностей. Сложность проблемы определяется наличием существенных фиксированных расходов, связанных с расширением линий передачи. Если множество расширяемых линий задано, то проблема формализуется как задача выпуклого программирования и может быть решена стандартными методами. Однако, при большом числе линий эффективный поиск этого множества требует разработки специальных алгоритмов. В целом проблема - NP–трудная (Guisewite, Pardalos, 1990).

Введение

В работе (Vasin, Dolmatova, 2016) указаны некоторые случаи, когда функция благосостояния обладает свойствами субмодулярности или супермодулярности на множестве линий передач. Эти свойства обеспечивают возможность применить известные эффективные методы оптимизации (Черенин, 1962; Хачатуров, 1989). В настоящей работе предлагается обобщение указанных свойств в форме понятий дополнительных и конкурентных транспортных линий. Описываются новые алгоритмы оптимизации транспортной системы, основанные на этих свойствах. Приводятся результаты вычислительных экспериментов.

Модель

Обозначим через N множество узлов, соответствующих локальным рынкам, и $L \subseteq N \times N$ - множество ребер, соответствующих линиям связи. Каждый узел $i \in N$ соответствует местному совершенно конкурентному рынку. Функция спроса $D_i(p)$ и функция предложения $S_i(p)$ удовлетворяют стандартным условиям. Функция спроса связана с функцией полезности потребления:
$U_i(q) = \int_0^q D^{-1}(v)\,dv$. $S_i(p) = Arg\,\max_v(pv - c_i(v))$, где $c_i(v)$ минимальная себестоимость объема v в узле i.
Суммарная прибыль производителей в узле i:
$Pr_i(\overline{p}) = \int_0^{\overline{p}} S_i(p)dp$.

Модель

Для любых $(i,j) \in L$ линия передачи характеризуется начальной пропускной способностью Q^0_{ij}, удельными затратами e^{ij}_t, функцией затрат на увеличение пропускной способности, включающей постоянные затраты e^{ij}_f и переменные $e^{ij}_v(Q_{ij}, Q^0_{ij})$. Обозначим q_{ij} поток от рынка i к рынку j. Полные затраты для ребра (i,j):

$$E_{ij}\left(q_{ij}\right) = \begin{cases} e^{ij}_f + e^{ij}_v\left(\left|q_{ij}\right|, Q^0_{ij}\right) + \; e^{ij}_t\left|q_{ij}\right|, & \text{if} \quad \left|q_{ij}\right| > Q^0_{ij}\ , \\ e^{ij}_t\left|q_{ij}\right|, & \text{if} \ \left|q_{ij}\right| \le \ Q^0_{ij}\ . \end{cases} \tag{1}$$

Конечная пропускная способность $Q_{ij} = |q_{ij}|$, если $|q_{ij}| > Q^0_{ij}$, иначе Q^0_{ij}. Указанная стоимость расширения линии соответствует ставке погашения единовременной стоимости строительства погашенной в течение всего срока службы T_{ij} с использованием кредета с процентной ставкой r: $e^{ij} = r\frac{OC_{ij}}{1-e^{rT_{ij}}}$; e^{ij}_v монотонная выпуклая функция прироста $(Q_{ij} - Q^0_{ij})$.

Общественное благосостояние

Обозначим $Z(i)$ множество узлов, соединенных с узлом i. При любых фиксированных потоках $\overrightarrow{q} = (q_{ij}, (i,j) \in L)$ и объемах производства $\overrightarrow{v} = (v_i,\ i \in N)$, объемы потребления $(\widehat{v}_i,\ i \in N)$: $\widehat{v}_i = v_i + \sum_{j \in Z(i)} q_{ji},\ i \in N$. Общественное благосостояние для сетевого рынка составляет:

$$\overline{W}(\overrightarrow{q}, \overrightarrow{v}) = \sum_{i \in N} [U_i \left(v_i + \sum_{l \in Z(i)} q_{li} \right) - c_i(v_i)] - \sum_{(i,j) \in L,\quad i<j} E_{ij}(q_{ij}). \tag{2}$$

Альтернативное представление этой стоимости - совокупная прибыль со всех агентов на рынке: производители, потребители и система передачи.

Общественное благосостояние

Действительно, в соответствии со стратегиями $\overrightarrow{Q}$, $\overrightarrow{v}$, цена$p_i(\overrightarrow{Q},\ \overrightarrow{v})$ в узле i отвечает уравнению баланса: $D_i\left(p_i\right) = v_i + \sum_{j \in Z(i)} q_{ji},\ \ i \in N$. Прибыль производителей $Pr_i = p_i v_i - C_i\left(v_i\right)$, сюрплас потребителей $CS_i = \int_{p_i}^{\infty} D_i(p)dp$, и прибыль системы передачи определена как $T\left(\overrightarrow{p}, \overrightarrow{Q}\right) = \sum_{(i,j) \in L,\ i<j} \left[\left(p_j\left(\overrightarrow{Q},\ \overrightarrow{v}\right) - p_i\left(\overrightarrow{Q}, \overrightarrow{v}\right)\right) q_{ij} - E_{ij}(Q_{ij})\right]$.
То есть
$\overline{W}\left(\overrightarrow{Q}, \overrightarrow{v}\right) = \sum_{i \in N}(Pr_i(\overrightarrow{Q}, \overrightarrow{v}) + CS_i(\overrightarrow{Q}, \overrightarrow{v})) + T\left(\overrightarrow{p}, \overrightarrow{Q}\right)$.
Задача оптимизации благосостояния:

$$\max_{\overrightarrow{q}, \overrightarrow{v}} \overline{W}(\overrightarrow{q}, \overrightarrow{v}) \tag{3}$$

Модель

Для любого $\overline{L} \subseteq L$, рассмотрим задачу (3) с фиксированным набором $\overline{L}$ расширенных линий. То есть, $|q_{ij}| \leq Q^0_{ij}$ для $(i,j) \in L \setminus \overline{L}$, и постоянные затраты всегда включены в E_{ij} для $(i,j) \in \overline{L}$.

Теорема 1

Указанная задача выпукла, и ее решение $(\overrightarrow{q}, \overrightarrow{v})(\overline{L})$ удовлетворяет условиям первого порядка (УПП), определяющим конкурентное равновесие соответствующего сетевого рынка.

Обозначим $\widetilde{W}(\overline{L})$ значение максимального благосостояния в последней задаче. Тогда задача (3) сводится к $\max_{\overline{L} \subseteq L} \widetilde{W}(\overline{L})$.

Модель

Рассмотрим задачу (3) без затрат на строительство и при ограничениях $|q_{ij}| \leq \ Q_{ij}, (i,j) \in L$. Обозначим $\widetilde{p}_i(\overrightarrow{Q}), i \in N$ - равновесные цены, соответствующие решению этой проблемы: $(v_i(\overrightarrow{Q}), i \in N)$ (Теорема 1), $\forall (i,j) \in L$

$p_j(\overrightarrow{Q}) > p_i(\overrightarrow{Q}) + e_t^{ij} \Rightarrow q_{ij} = Q_{ij}$

$p_j(\overrightarrow{Q}) - p_i(\overrightarrow{Q}) < e_t^{ij} \Rightarrow q_{ij} = 0$

$\Delta S_i(p_i(\overrightarrow{Q})) = \sum_{j \in Z(i)} q_{ij}$

Определение 1

Рассматриваемая модель удовлетворяет условию инвариантности структуры потока (УИСП), если для любого $\overrightarrow{Q} \geqslant \overrightarrow{Q}^0, (i,j) \in L,\ sign(p_i(\overrightarrow{Q}) - p_j(\overrightarrow{Q})) = sign(p_i(\overrightarrow{Q}^0) - p_j(\overrightarrow{Q}^0)).$

Свойства функции общественного благосостояния

Функция $\widetilde{W}(\omega)$, определенная для каждого подмножества $\omega \in \bar{L}$ из конечного множества $\bar{L}$, является субмодулярной (соответсвенно супермодулярной) если для каждого $L', L'' \subseteq \bar{L}$ $\widetilde{W}(L') + \widetilde{W}(L'') \geqslant$(соответственно $\leqslant$)$\widetilde{W}(L' \cup L'') + \widetilde{W}(L' \cap L'')$.

Пусть $\widetilde{W}$ является субмодулярной.

1. Если $\forall i \in L$ $\widetilde{W}(L) \geq \widetilde{W}(L \setminus \{i\})$, тогда $\max_{S \subseteq L} \widetilde{W}(S) = \widetilde{W}(L)$.
2. Пусть $\widetilde{W}(i) < \widetilde{W}(\emptyset)$. Тогда $i \notin S^* := Argmax_{S \subseteq L} \widetilde{W}(S)$.
3. Для некотрого S, i $\widetilde{W}(S \cup \{i\}) \leq \widetilde{W}(S)$. Тогда $\forall R \supset S$ $\widetilde{W}(R \cup \{i\}) \leq \widetilde{W}(R)$.

Двойственные свойства определяют алгоритмы оптимизации для супермодулярной функции.

Алгоритм

Рассмотрим алгоритм, который позволяет эффективно находить оптимальный набор L^* для супермодулярной функции $W(L)$. Алгоритм работает с нижней оценкой L_{min} и верхней оценкой L_{max} множества L^*. На каждом шаге производится попытка расширить текущее множество L_{min}, добавляя очередное подмножество $S \subseteq L_{max} \setminus L_{min}$, либо сузить текущее множество L_{max}, исключая очередное подмножество $S^{'} \subseteq L_{max} \setminus L_{min}$. Если на текущем шаге количество исключаемых элементов меньше, чем количество добавляемых, то выполняется операция исключения. В противном случае выполняется добавление. Алгоритм основан на следующих утверждениях.

Алгоритм

Утверждение 1

Пусть для множества $S \subseteq (L_{max} \setminus L_{min})$ *выполняются условия:* $1) W(L_{min} \cup S) \geq W(L_{min}); 2) W(L_{min} \cup R) < W(L_{min})$ *для любого непустого множества* $R \subset S$. *Тогда* $L_{min} \cup S \subseteq L^*$ *для некоторого решения* L^*. *То есть,* $L_{min} \cup S$ *- уточненная нижняя оценка.*

Утверждение 2

Пусть для множества $S \subseteq (L_{max} \setminus L_{min})$ *выполняются условия:* $1) W(L_{max} \setminus S) \geq W(L_{max}); 2) W(L_{max} \setminus R) < W(L_{max})$ *для любого непустого множества* $R \subset S$. *Тогда* $L^* \subseteq L_{max} \setminus S$ *для некоторого решения* L^*. *То есть,* $L_{max} \setminus S$ *- уточненная верхняя оценка.*

Алгоритм

В начале положим $L_{min} = \varnothing, L_{max} = L, k^1 = 1, k^2 = 1$.
Этап $p.(1 \leq p \leq m)$ Если $k^1 + k^2 > |L_{max} \setminus L_{min}|$, то $L^* = Argmax(W(L_{min}), W(L_{max}))$, решение найдено. Иначе если $k^1 \leq k^2$, то выполняется процедура P_1(добавление): упорядочиваем и поочередно рассматриваем подмножества множества $L_{max} \setminus L_{min}$, состоящие из k^1 элементов. Для каждого такого подмножества выполняем: если $W(L_{min} \cup S) \geq W(L_{min})$,то положим $L_{min} := L_{min} \cup S$, $r^1 := r^1 + k^1, k^1 := 1$ и переходим к этапу $p + 1$. Если все подмножества рассмотрены и перехода не произошло, то полагаем $k^1 := k^1 + 1$. Если $k^1 \leq k^2$, то переходим к этапу $p + 1$. Иначе выполняем процедуру P_2 (исключение): упорядочиваем и поочередно рассматриваем подмножества множества $L_{max} \setminus L_{min}$, состоящие из k^2 элементов. Для каждого такого подмножества выполняем: если $W(L_{max} \setminus S) \geq W(L_{max})$, то положим $L_{max} := L_{max} \setminus S$, $r^2 := r^2 + k^2, k^2 := 1$ и переходим к этапу $p + 1$.

Алгоритм

Если все множества рассмотрены и перехода не произошло, то полагаем $k^2 := k^2 + 1$. Если $k^2 < k^1$, то переходим к этапу $p + 1$. Иначе возвращаемся к началу этапа p.
Не более чем за m этапов алгоритм завершает работу.
Наихудший случай – когда $|L^*| = |L| \setminus 2$ и $\forall R : |R| \leq |L| \setminus 2, R \neq L^*$, выполнено $W(R) < W(\varnothing)$ и $W(L \setminus R) < W(L)$. В этих условиях алгоритм за $m \setminus 2$ этапов может осуществить полный перебор всех подмножеств $R \subseteq L$. В то же время для широкого круга задач со случайными параметрами средняя эффективность данного алгоритма оказывается достаточно высокой.

Свойства функции общественного благосостояния

Теорема 2

Пусть для рынка типа цепи с n узлами, начальные цены $p_i(\overrightarrow{Q}^0)$, $i = 1, .., n$, *монотонно убывают по* i. *Тогда для любого* $\overrightarrow{Q} \geq \overrightarrow{Q}^0$ *выполнено:* $p_i(\overrightarrow{Q}) \geq p_{i+1}(\overrightarrow{Q})$, $i = 1, .., n-1$, *и функция* $\widetilde{W}(\overline{L})$ *является супермодулярной. Сложность поиска оптимального множества* $\overline{L}^*$ *при* $\overrightarrow{Q}^0 = 0$ *не превышает* $\frac{(n-1)n}{2}$.

Вычислительный эксперимент

Для численного эксперимента (Цыганов, 2016) выбрал рынок типа цепи с m ребрами, функция спроса $D_i(p) = max\{0, d_i^f - c_i/2 * p\}$ и функция предложения

$$S_i(p) = \begin{cases} c_i/2 * p & p \le 2d_i^f/c_i, \\ -d_i^f + c_i * p & p > 2d_i^f/c_i \end{cases}.$$

Функция чистого предложения будет линейной: $\Delta S_i(p) = -d_i^f + c_i * p$. Коэффициенты c_i, d_i^f выбраны случайно, но удовлетворяют условиям $p_{i+1}^0 > p_i^0, i = 1, .., m$. Для каждого ребра $k = 1, 2, .., m$, переменная стоимость прироста составляет: $\Delta Q = e_k \Delta Q^2$. Коэффициенты e_k являются случайными, а также транспортные расходы e_k^t, фиксированная стоимость e_k^f и начальная пропускная способность $Q_k^0, k = 1, .., m$.

Вычислительный эксперимент

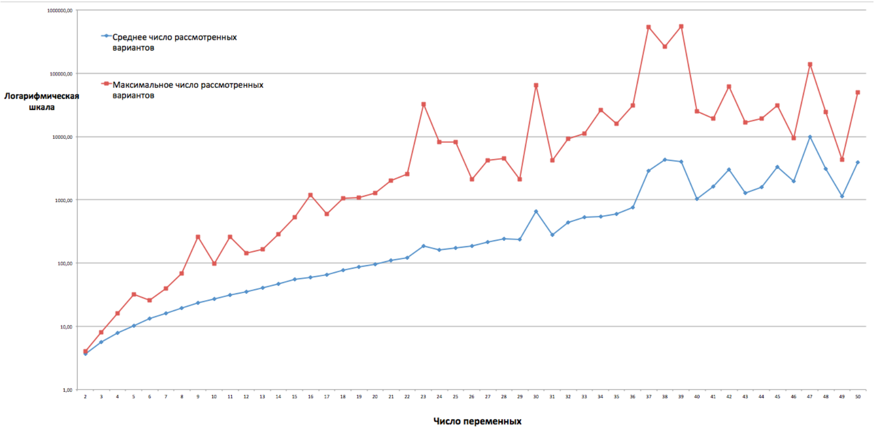

Рис. 1: Среднее и максимальное число рассмотренных вариантов для числа ребер 2-50.

Вычислительный эксперимент

Таким образом, средняя сложность решения с помощью указанного алгоритма в диапазоне $10-25$ линий не превышает $8m$, что значительно меньше полного числа вариантов 2^m. В более широком диапазоне $10-50$ линий средняя сложность хорошо приближается полиномом $f_3(x) = 0.014 * x^3 - 0.16 * x^2 + 2.75 * x$, что согласуется с оценками (Хачатуров В.Р.) для других типов транспортных задач с супермодулярной функцией издержек.

Обобщение для рынка с транспортной структурой общего вида

Определение 2

Ребро $l \in L$ называется дополнительным (соответственно конкурентным) к ребру $q \in L$, если для любого $M \subseteq L \setminus [l, q]$ выполнено $W(M \cup (q, l)) - W(M \cup l) \geqslant (\leqslant) W(M \cup q) - W(M)$.

Обозначим $M_1(q)$ - множество дополнительных и $M_2(q)$ множество конкурентных ребер к ребру l. Тогда $W(L_1 \cup L_2 \cup l) - W(L_1 \cup L_2) \uparrow L_1 \subseteq M_1(l)$ и $\downarrow L_2 \subseteq M_2(l)$
Алгоритмы, подобные предложенным для суб- и супермодулярных функций, применимы, если для любого $l \in L$ мы можем определить $M_1(l)$, $M_2(l)$ и $M_1(l) \cup M_2(l) = L \setminus l$.

Свойства общественного благосостояния

Рассмотрим рынок типа цепи с разнонаправленными потоками. Пусть $L_1 = \{(i, i+1) | p_{i+1)}(\overrightarrow{Q}^0) > p_i(\overrightarrow{Q}^0)\}$, $L_2 = \{(i, i+1) | p_{i+1}(\overrightarrow{Q}^0) < p_i(\overrightarrow{Q}^0)\}, L = L_1 \cup L_2$.

Теорема 3

Рынок удовлетворяет УИСП тогда и только тогда, когда $\forall l = (i, i+1) \in L_1 \; p_{i+1}(\overrightarrow{Q}^0_{L_1}, \overrightarrow{Q}^\infty_{L_2}) > p_i(\overrightarrow{Q}^0_{L_1}, \overrightarrow{Q}^\infty_{L_2})$ *and* $\forall l = (i, i+1) \in L_2 \; p_{i+1}(\overrightarrow{Q}^0_{L_2}, \overrightarrow{Q}^\infty_{L_1}) < p_i(\overrightarrow{Q}^0_{L_2}, \overrightarrow{Q}^\infty_{L_1})$, *где* $\overrightarrow{Q}^\infty_i = \infty, i \in l$. *При этом условии* $\forall l \in L_1 M_1(l) = L_1 \setminus l, M_2(l) = L_2, \forall l \in L_2 M_1(l) = L_2 \setminus l, M_2(l) = L_1$. *То есть все ребра из* L_1 *являются дополнительными друг к другу и конкурентными к ребрам из* L_2*, и наоборот.*

Свойства общественного благосостояния

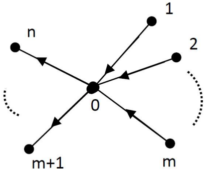

Рис. 2: Рынок типа звезды.

Рассмотрим рынок типа звезды с $n+1$ узлами такой, что при начальной пропускной способности $\overrightarrow{Q^0}$, 0 является транзитным узлом, $I_1 = \{1, \dots, m\}$ множество узлов-производителей, $I_2 = \{m+1, \dots, n\}$ множество узлов-потребителей, $R_1 = \{(i, 0), i \in I_1\}$, $R_2 = \{(0, i), i \in I_2\}$.

Свойства общественного благосостояния

Теорема 4

Для данного рынка УИСП выполняется тогда и только тогда, когда $\forall i \in I_1$ $p_i(\overrightarrow{Q^0_{I_2}}, Q^\infty_{I_1}) \geq p_0(\overrightarrow{Q^0_{I_2}}, Q^\infty_{I_1})$, *and* $\forall i \in I_2$ $p_i(\overrightarrow{Q^0_{I_1}}, Q^\infty_{I_2}) \leq p_0(\overrightarrow{Q^0_{I_1}}, Q^\infty_{I_2})$. *При этом условии* $\forall l \in R_1$ $M_1(l) = R_2, M_2(l) = R_1 \setminus l$, $\forall l \in R_2$ $M_1(l) = R_1, M_2(l) = R_2 \setminus l$, *то есть все ребра из* R_1 *являются взаимно конкурентными по отношению друг к другу и взаимно дополнительными к ребрам из* R_2, *и наоборот.*

Общий случай

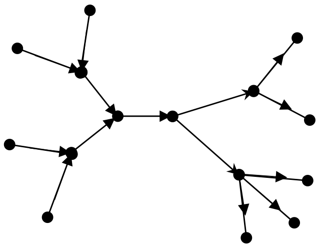

Рис. 3: Рынок типа дерева.

Общий случай

Пусть паре $< N, L >$-соответствует граф типа дерева. Тогда для любых ребер l_1, l_2 существует единственный путь $L(l_1, l_2)$ без самопересечений, начинающийся с ребра l_1 и заканчивающийся ребром l_2. Назовем l_2 исходно дополнительным (соответственно конкурентным) к l_1, если при начальных пропускных способностях $\overrightarrow{Q}^0$ потоки на этих ребрах имеют одинаковые (соответственно противоположные) направления относительно пути $L(l_1, l_2)$. Обозначим $L_1^0(l), L_2^0(l)$ множества исходно дополнительных и конкурентных ребер к l.

Теорема 5

Рынок типа дерева удовлетворяет УИСП тогда и только тогда, когда $\forall l = (i, j)$ $sign(p_i(\overrightarrow{Q}^0) - p_j(\overrightarrow{Q}^0)) =$ $sign(p_i(\overrightarrow{Q}^0_{L_1^0(l)}, \overrightarrow{Q}^\infty_{L_2^0(l)}) - p_j(\overrightarrow{Q}^0_{L_1^0(l)}, \overrightarrow{Q}^\infty_{L_2^0(l)}))$. *При этом условии* $\forall l$ $M_1(l) = L_1^0(l), M_2(l) = L_2^0(l)$.

Общий случай

Для графов, включающих цикл, ввести полное отношение конкурентности и дополнительности в общем случае не удается. Простейший пример такого графа с заданной структурой потоков приведен на рис. 4. В зависимости от конкретных значений параметров модели ребро (3,4) может быть как конкурентным, так и дополнительным для ребра (1,2).

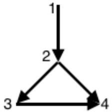

Рис. 4: Граф, содержащий цикл.

Литература

- Черенин В.П. Решение некоторых комбинаторных задач оптимального планирования методом последовательных расчетов. 1962. М. (Лаб. эконом. мат. методов АН СССР).
- Васин А.А., Дайлова Е.А. (2014, a): Об оптимальной пропускной способности системы перемещения товара на двухузловом рынке // Вестник Московского университета. Серия 15: Прикладная математика и кибернетика. - No 3. - с.40-45.
- Guisewite G.M., Pardalos P.M., Minimum concave-cost network flow problems: Applications, complexity, and algorithms. Annals of Operations Research, 25 (1), 1990. p. 75-99.
- Vasin A., Dolmatova M. Optimization of transmission capacities for multinodal markets. Procedia Computer Science. 91, 2016. p. 238-244.
- Хачатуров В.Р. Математические методы регионального программирования. Наука, Москва, 1989 .
- Stoft S. Power System Economics: Designing Markets for Electricity. New York. Wiley, 2002.
- Васин А.А., Морозов В.В. (2005): Теория игр и модели математической экономики. М.: МАКС Пресс.
- Nesterov Yu. Primal-dual subgradient methods for convex problems // Math. Program. Ser. B. – 2009. – V. – 120(1). – P. 261-283.
- Stoft S. Power System Economics: Designing Markets for Electricity. New York. Wiley; 2002.
- Cyganov N., Course work "Algorithms maximize super modular functions"Moscow, Lomonosov Moscow State Univercity; 2016.
- Гасников А.В. Заметка об эффективной вычислимости конкурентных равновесий в транспортно-экономических моделях // Математическое моделирование. – 2015. –Т. 27. - № 12. – С. 121-136.